

Análisis de los Parámetros de la Distribución de Weibull en la Descripción de los Resultados de Tenacidad a la Fractura de Aceros en la Transición Dúctil-Frágil

Carlos Berejnoi¹ y Juan E. Perez Ipiña²

Resumen

El tratamiento estadístico de los resultados de tenacidad a la fractura de aceros ferríticos en la zona de transición dúctil-frágil, se basa principalmente en la distribución de Weibull, siendo ésta la base del modelo weakest link. Algunos autores la utilizan con dos parámetros (2P-W), mientras que otros con tres (3P-W), tanto en J como en K. En general se acepta que el parámetro de forma para datos en K (b_K) es dos veces el correspondiente en J (b_J). Existe un procedimiento normalizado (Master Curve), que utiliza una 3P-W basada en K, con dos parámetros fijos: umbral (K_{min}) y de forma (pendiente de Weibull, b_K). En este trabajo se verifica, a partir de datos experimentales, la relación entre b_J y b_K propuesta por los autores en trabajos anteriores. Se observan también inconsistencias en los valores de los parámetros umbral y de forma impuestos en la Master Curve.

Palabras clave: transición dúctil-frágil, aceros ferríticos, Weibull, weakest link

1. Introducción

El tratamiento estadístico de los resultados de tenacidad a la fractura de aceros ferríticos en la zona de transición dúctil-frágil, se basa principalmente en la distribución de Weibull, siendo ésta la base del modelo *weakest link*.

Esta distribución ha sido usada en su modalidad de dos (2P-W) o tres parámetros (3P-W), y en ambos casos para ajustar datos de ensayos de J_C o datos expresados en términos de K_{Jc} (convertidos previamente desde los

J_C obtenidos experimentalmente). Por ejemplo, Landes y Shaffer [1], Iwadata et al. [2], Anderson et al. [3], Landes et al. [4], y Heerens et al. [5] hicieron uso de la distribución 2P-W usando valores J_C , mientras que Landes y McCabe [6], Neville y Knott [7], y Perez Ipiña et al. [8] basaron sus análisis en una distribución 3P-W con valores J_C . El uso de una distribución Weibull basada en valores de K fue impulsado principalmente por Kim Wallin, primero con una distribución 2P-W [9], y luego con una del tipo 3P-W [10].

¹ Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional de Salta.

² GMF/LPM, Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional del Comahue / CONICET, Buenos Aires 1400, (8300) Neuquén, Argentina.

Este artículo fue publicado en el libro de actas del I Congreso Argentino de Ingeniería, CADI 2012. Mar del Plata, Argentina, 8 al 11 octubre 2012.

En una distribución 2P-W deben estimarse sólo el parámetro de escala y el parámetro de forma (conocido como pendiente de Weibull), mientras que para definir la distribución 3P-W se necesita además el parámetro umbral (Ec. (1) y Ec. (2)).

$$P = 1 - e^{-\left(\frac{J - J_{\min}}{J_0 - J_{\min}}\right)^{b_J}} \quad (1)$$

$$P = 1 - e^{-\left(\frac{K - K_{\min}}{K_0 - K_{\min}}\right)^{b_K}} \quad (2)$$

En las ecuaciones anteriores: J_0 y K_0 son los parámetros de escala, J_{\min} y K_{\min} son los parámetros umbrales, y b_J y b_K son los parámetros de forma. Si $J_{\min} = 0$ y $K_{\min} = 0$, las distribuciones corresponden a una de dos parámetros 2P-W.

Además de la posibilidad de trabajar con dos o tres parámetros, algunos autores han propuesto fijar el valor del parámetro de forma: $b_J = 2$ cuando se trabaja con J_C (McCabe [11], Anderson et al. [3], Landes et al. [4], Heerens et al. [5]), y $b_K = 4$ cuando se trabaja con valores K_{J_C} (Wallin [10], Miglin et al. [12], Norma ASTM E1921 [13]). En [13] se presenta la Master Curve, donde también se adopta un valor fijo para el parámetro umbral ($K_{\min} = 20$) tal lo propuesto en [10].

La Ec. (3) es considerada válida debido a la conocida y aceptada relación entre los valores K y J para fluencia en pequeña escala, pero Larrainzar et al. [14, 15] demostraron que esta relación entre parámetros de forma es válida sólo cuando las distribuciones consideradas son del tipo 2P-W ($J_{\min} = 0$ y $K_{\min} = 0$), y que no hay una equivalencia exacta entre las distribuciones en J y en K cuando las mismas son del tipo 3P-W. En su reemplazo se propuso la Ec. (4) para definir la equivalencia entre las pendientes de Weibull para estos casos.

$$b_K = 2b_J \quad (3)$$

$$b_K = \xi b_J \quad (4)$$

El factor ξ se obtiene de la Ec. (5), y su valor varía entre 1 y 2 [14, 15].

$$\xi = \frac{2K_0}{K_0 + K_{\min}} \quad (5)$$

Las ecuaciones (6) y (7) muestran las fórmulas para convertir los parámetros de escala y umbral entre distribuciones basadas en J y en K . En esas ecuaciones, E es el módulo de Young y ν es el coeficiente de Poisson.

$$K_0 = \sqrt{\frac{EJ_0}{(1-\nu^2)}} \quad (6)$$

$$K_{\min} = \sqrt{\frac{EJ_{\min}}{(1-\nu^2)}} \quad (7)$$

En este trabajo se profundiza el estudio presentado por Larrainzar et al. [16], validándose la Ec. (4) con series de datos experimentales del Euro Fracture Toughness Dataset (sólo se consideraron aquellas series con 100% de clivaje). Para tal fin, se estimaron los parámetros de las distribuciones 3P-W en J_C y en K_{J_C} , y luego se realizó la comparación de los parámetros de esta última distribución con aquellos calculados usando las ecuaciones (4), (6) y (7). También se presenta una breve discusión acerca de la consistencia de considerar los valores umbrales como función de la temperatura del ensayo y el tamaño de probeta, quedando en evidencia que el valor umbral $K_{\min} = 20$ es muy conservativo, y que el valor de pendiente obtenido experimentalmente no

es en general el valor $b_K=4$ propuesto en la Master Curve.

2. Materiales y Método

Se utilizaron los datos de ensayos de tenacidad a la fractura de la Euro Fracture Toughness Dataset [17], realizados en el marco de un Round Robin organizado por la European Structural Integrity Society (ESIS).

El material usado en el proyecto fue un acero ferrítico DIN 22NiMoCr37 forjado, templado y revenido. Los ensayos fueron realizados de acuerdo a la matriz mostrada en la Fig. 1. En esta matriz se observa la cantidad de ensayos realizados a diferentes temperaturas (-154°C, -110°C, -91°C, -60°C, -40°C, -20°C, 0°C y 20°C) y con diferentes espesores de probetas C(T) (1/2 pulgada, 1 pulgada, 2 pulgadas y 4 pulgadas). Los ensayos se realizaron para obtener valores J_C de tenacidad a la fractura al momento de la fractura.

Se tomaron para el análisis sólo las series de datos en las cuales el 100% de las probetas presentaron clivaje. Esto corresponde en general a las temperaturas más bajas de ensayo, y mayores espesores de probeta, y se encuentran remarcadas con un cuadrado en la Fig. 1.

La selección de juegos para el análisis se decidió para evitar aquellos casos donde se presentan fracturas dúctil y por clivaje, es decir, aquellas temperaturas y espesores donde coexisten dos modos de falla, imposibilitando el uso de la estadística de Weibull para describir la dispersión. Hay que resaltar que algunos de los juegos de datos utilizados (1/2 T a -60°C, 1T a -40°C, 1T a -20°C y 2T a 0°C), sombreados en la Fig. 1, presentaron resultados que excedían el J_{max} permitido para el espesor correspondiente. Para la conversión de datos J_C experimentales a valores K_{Jc} se usó la Ec. (8), con $E=210$ GPa y $\nu=0.3$.

$$K_{Jc} = \sqrt{\frac{EJ_c}{(1-\nu^2)}} \quad (8)$$

Los parámetros de la distribución 3P-W fueron estimados para todas las series analizadas. De esta manera se obtuvieron los parámetros de forma (b_j y b_K), umbrales (J_{min} y K_{min}) y de escala (J_0 y K_0). A continuación, los parámetros de la distribución 3P-W en términos de K ($K_0(J)$, $K_{min}(J)$ y $b_{K\epsilon}$), fueron calculados de las estimaciones de J_0 , J_{min} y b_j ya obtenidos, usando las ecuaciones (6), (7) y (4) respectivamente.

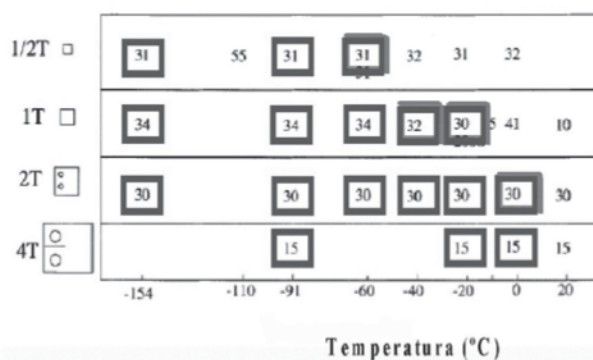


Figura 1. Matriz de resultados realizados en el ESIS Round Robin. El total de ensayos correspondientes a los juegos marcados con un cuadrado presentaron clivaje. Aquellos cuadrados sombreados corresponden a juegos de ensayos donde algunos resultados excedieron el valor de J_{max} permitido.

3 Resultados, análisis y discusión

En la Tabla 1 se muestran los parámetros de la distribución 3P-W estimados para todas

las series analizadas (en términos de K y de J), así como los parámetros de la distribución en K convertidos desde J_0 , J_{\min} y b_J , y los valores de ξ y la relación b_K/b_J .

Tabla 1. Parámetros de las distribuciones 3P-W en términos de J [kJ/m^2] y de K [$\text{MPa}/\text{m}^{1/2}$].

T (°C)	Tamaño	Estimados a partir de los datos experimentales			Estimados a partir de los datos experimentales convertidos (K_{jc})				Convertidos desde los parámetros estimados desde J			
		J_0	J_{\min}	b_J	K_0	K_{\min}	b_K	b_K/b_J	$K_0(J)$	$K_{\min}(J)$	$b_{K\xi}$	ξ
-154	1/2T	7.9	1.8	2.22	42.7	18.5	3.23	1.45	42.8	20.4	3.01	1.35
	1T	7.3	3.1	1.57	40.9	26.1	1.95	1.24	41	26.6	1.90	1.21
	2T	6.3	3.7	1.31	38	28.9	1.50	1.15	38.2	29.1	1.49	1.13
-91	1/2T	65.7	9.9	1.85	123.1	34.4	3.21	1.73	123.1	47.9	2.67	1.44
	1T	55.7	11.8	1.44	112.9	47.9	2.08	1.44	113.4	52.3	1.97	1.37
	2T	41.2	17.4	1.44	97.2	61.4	1.87	1.3	97.5	63.3	1.75	1.21
	4T	35.5	4.07	2.68	90.5	22.4	4.54	1.69	90.5	30.7	4.00	1.49
-60	1/2T	115.9	28.7	1.39	162.5	77.3	1.92	1.38	163.6	81.4	1.86	1.36
	1T	107.1	41.2	1.41	156.7	94.1	1.84	1.30	157.2	97.5	1.74	1.23
	2T	157.7	16.1	1.75	190.1	50.6	2.83	1.62	190.8	60.99	2.65	1.52
-40	1T	236.8	0	2.11	233.8	0	4.22	2	233.8	0	4.22	2
	2T	144.5	22.6	2.07	182.1	62.9	3.20	1.55	182.6	72.1	2.97	1.43
-20	1T	564.7	125.6	1.08	357.5	162.2	1.50	1.39	361	170.2	1.47	1.36
	2T	277.4	37.7	1.52	252.3	77.6	2.43	1.60	253	93.3	2.22	1.46
	4T	190.9	58.5	2.97	209.9	101.6	4.44	1.49	209.9	116.1	3.83	1.29
0	2T	953.6	166.3	0.83	458.3	191.5	1.13	1.36	469.1	195.9	1.18	1.41
	4T	458.7	81.3	1.31	324.2	118.7	2.02	1.54	325.3	137	1.85	1.41

Casi todos los juegos de datos arrojan valores aceptables de los parámetros de Weibull, especialmente K_{\min} . El juego correspondiente a $B=25\text{mm}$ y $T=-40^\circ\text{C}$ fue la excepción, ya que los valores estimados J_{\min} y K_{\min} son físicamente inconsistentes (negativos), de manera que el valor umbral se consideró igual a cero. Para este juego de datos, el resultado de un solo ensayo (de los 32 que conforman la serie), fue superior al J_{\max} permitido para ese espesor, mientras que en otros juegos con mayor número de resultados excedidos frente al J_{\max} , los parámetros estimados resultaron físicamente «aceptables».

3.1. Comparación de aproximaciones: el factor ξ

La Tabla 1 muestra que los parámetros estimados por regresión lineal utilizando los datos de K convertidos de J (columna «Estimados a partir de los datos experimentales convertidos (K_{jc})») y usando también los parámetros obtenidos por medio de ecuaciones (4), (6) y (7) (columna «Convertidos desde los parámetros estimados desde J ») son muy parecidos. Las Fig. 2a y 2b muestran, en forma conjunta, la Función de distribución de probabilidad de Weibull con los parámetros obte-

Análisis de los parámetros de la distribución de Weibull

nidos de las dos formas mencionadas, además de los datos experimentales. Se observa que el ajuste de los datos es muy bueno con las distribuciones obtenidas de las dos maneras.

La Tabla 2 y la Fig. 3 muestran la comparación entre el factor ξ , obtenido usando la ecuación (5), y el cociente b_K/b_J , donde b_J y b_K son los parámetros de forma estimados para las

distribuciones usando valores experimentales, en J y en K respectivamente. Ambos valores son muy parecidos, aunque b_K/b_J resultó, excepto en un caso, siempre mayor que ξ . La línea horizontal de la figura corresponde al caso hipotético dado por la Ec. (3), donde b_K sería el doble que b_J , y que no sería satisfecha excepto cuando $J_{\min} = 0$, tal como ya fue justificado.

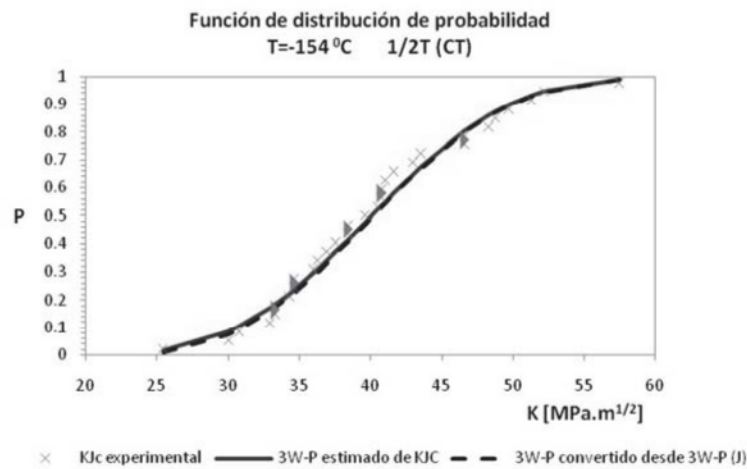


Figura 2a. Comparación de las distribuciones 3P-W en K con los parámetros obtenidos por regresión lineal y por conversión desde J_0 , J_{\min} y b_J . T=-154 °C y 1/2T(CT)

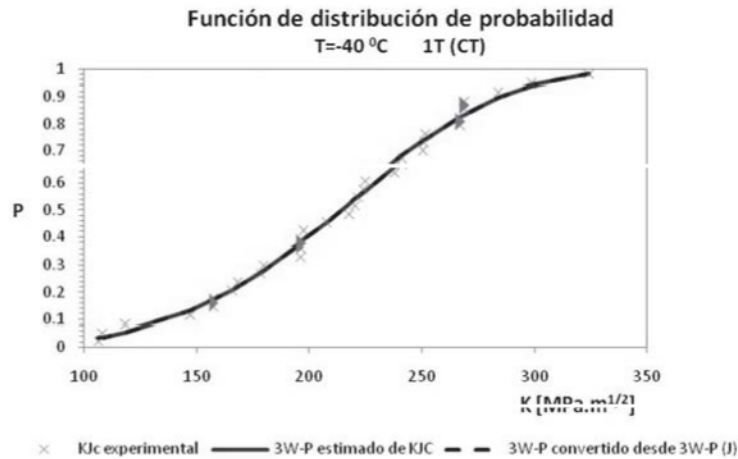


Figura 2b. Comparación de las distribuciones 3P-W en K con los parámetros obtenidos por regresión lineal y por conversión desde J_0 , J_{\min} y b_J . T=-40 °C y 1T(CT)

Tabla 2. Diferencia $b_k/b_j - \xi$ relativa a ξ

T (°C)	W=25 mm	W=50 mm	W= 100 mm	W= 200 mm
-154	7.41%	2.48 %	1.77 %	-
-91	20.14%	5.11 %	7.44 %	13.10%
-60	1.47%	5.69 %	6.59 %	-
-40		0%	8.39 %	-
-20		2.21 %	9.59 %	15.50%
0			-3.55%	9.22%

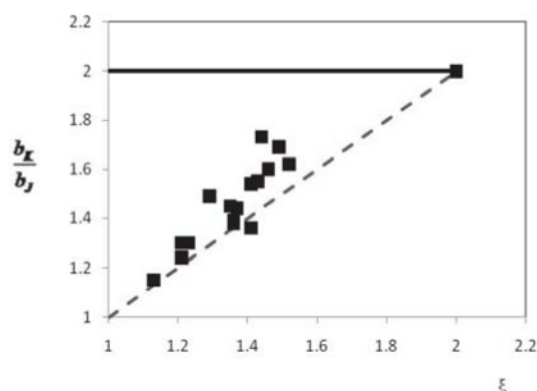


Figura 3. Comparación entre b_k/b_j y ξ (R^2 de la regresión lineal igual a 0.83254927)

Las Figuras 4 a 6 muestran las comparaciones de los tres parámetros de la distribución de Weibull en K: aquellos estimados usando los valo-

res K_{jc} (K_{min} , K_0 y b_k) y aquellos convertidos usando las ecuaciones (4), (6) y (7), desde los parámetros estimados en J: $K_{min}(J)$, $K_0(J)$ y $b_k(\xi)$.

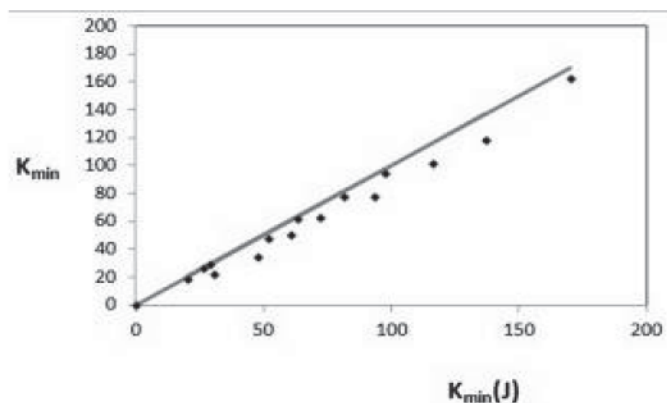


Figura 4. Comparación entre $K_{min}(J)$ y K_{min} (R^2 de la regresión lineal igual a 0.9870869)

Análisis de los parámetros de la distribución de Weibull

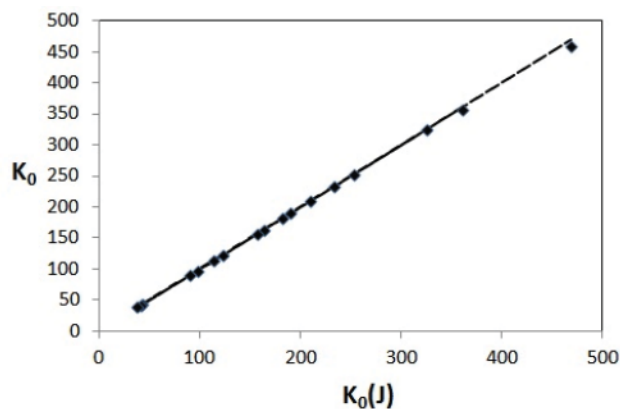


Figura 5. Comparación entre $K_0(J)$ y K_0 (R^2 de la regresión lineal igual a 0.99979445)

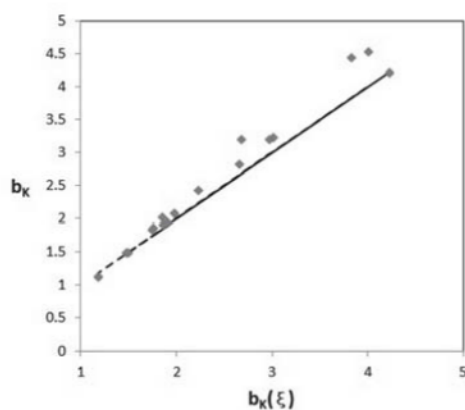


Figura 6. Comparación entre $b_k(\xi)$ y b_k (R^2 de la regresión lineal igual a 0.97867302)

La Fig. 7 muestra los valores umbrales estimados, tanto K_{\min} como $K_{\min}(J)$, frente a los mínimos valores experimentales. En la Tabla 3 se presentan las diferencias porcentuales entre los umbrales estimados y los umbrales experimentales. De la Fig. 3 y 7, y de las Tablas 2

y 3, se observa que los valores $K_{\min}(J)$, obtenidos usando ξ resultan menos conservativos que los valores K_{\min} , es decir, más cercanos a los mínimos experimentales, pero siempre inferiores a ellos.

Tabla 3. Diferencias porcentuales entre K_{\min} estimado y el mínimo K experimental ($K_{\min}(\text{exp})$)

	T (°C)	$\frac{K_{\min} - K_{\min}(\text{exp})}{K_{\min}(\text{exp})}(\%)$	$\frac{K_{\min}(J) - K_{\min}(\text{exp})}{K_{\min}(\text{exp})}(\%)$
1/2T	-154	-27.06	-19.71
	-91	-49.27	-29.27
	-60	-12.76	-8.09
1T	-154	-7.00	-5.14
	-91	-18.26	-10.86
	-60	-9.37	-6.08
	-40 *	-100.00	-100.00
	-20	-9.44	-4.96
2T	-154	-2.27	-1.73
	-91	-8.72	-5.86
	-60	-39.54	-27.18
	-40	-34.86	-24.91
	-20	-33.27	-19.79
	0	-4.54	-2.31
4T	-91	-60.25	-45.69
	-20	-36.81	-27.76
	0	-30.55	-19.83

*: En este caso se forzó el parámetro umbral a cero porque al estimarlo se obtuvo un valor negativo. De esta manera, la diferencia entre el K_{\min} estimado y el K_{\min} experimental fue del 100%.

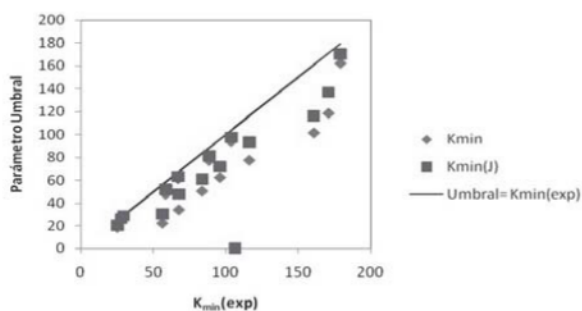


Figura 7. Comparación entre $K_{\min}(J)$, K_{\min} y $K_{\min}(\text{exp})$

Como se muestra en las Fig. 2a y 2b, resulta claro que las distribuciones que resultan de la estimación de los parámetros de Weibull usando las Ec. (4), (6) y (7), ajustan muy bien los datos experimentales.

No existe evidencia clara en cuanto a que la distribución 3P-W basada en valores J sea mejor que aquella basada en valores K. Ambas ajustan bien los datos experimentales y predicen buenos umbrales.

Para el siguiente análisis, donde se analiza la Master Curve [13], se utiliza la distribución 3P-W con parámetros convertidos con Ec. (4), (6) y (7), debido a que los parámetros umbrales resultaron más cercanos a los mínimos experimentales.

3.2. Validación de la distribución 3P-W usada en la Master Curve

Como lo muestra la Tabla 1, todos los b_K resultaron inferiores al valor 4 propuesto en la literatura y adoptado en la norma ASTM [13], que propone realizar los ensayos con probetas de 1" de espesor, o convertir los resultados. Para las series de datos de espesor 1", el valor b_K resulta cercano a 2, excepto para $T = -40^\circ\text{C}$, donde la distribución 3P-W no ajusta muy bien los datos experimentales. El cociente b_K/b_J tampoco es 2 como se acepta normalmente, está más cercano al valor ξ calculado con la ecuación (5).

El parámetro umbral de $20 \text{ MPa m}^{1/2}$, como se propone en el procedimiento de la Master Curve, en general está muy lejos de los estimados mediante regresión para los juegos de datos analizados, especialmente a temperaturas elevadas. Aparentemente existe una dependencia de este valor umbral respecto tanto de la temperatura como del espesor. Sólo para las temperaturas más bajas (Tabla 1 y Figura 8), el valor umbral se acerca a $20 \text{ MPa m}^{1/2}$; para las temperaturas de ensayo más elevadas, al-

gunos de esos valores son superiores a $190 \text{ MPa m}^{1/2}$. Este comportamiento es consistente con lo propuesto por Wallin [10], que considera dos parámetros fijos: $b_K = 4$ y $K_{\min} = 20 \text{ MPa m}^{1/2}$.

4. Conclusiones

Aunque no esté claro cuál de las distribuciones es la correcta, 3PW(J) o 3PW(K), sí queda bien establecido que las pendientes no necesariamente son 2 y 4, y que la relación entre ellas no es un factor 2.

- La relación teórica propuesta entre b_J y b_K , dada por la ecuación (5), es consistente con la obtenida de los datos experimentales del ESIS Round Robin.

- La pendiente de la distribución de Weibull en términos de K en general varía con el tamaño y la temperatura, y su valor se puede calcular a partir de b_J mediante la ecuación (3), o estimarlo de los datos experimentales en K.

- El parámetro umbral de la distribución de Weibull en términos de K, en general no es igual a 20, y su valor también dependería de la temperatura de ensayo y espesor de probeta.

- Los parámetros de la distribución 3P-W en términos de K, que pueden ser estimados a partir de los datos experimentales K_{Jc} , resultan casi iguales a aquellos obtenidos de la conversión de los estimados en J_c .

- La Master Curve ha sido un gran avance al introducir la determinación directa de la tenacidad a la fractura y la problemática de la dispersión de resultados en la transición dúctil-frágil. Pero, como solución tecnológica que va detrás del requerimiento, presenta aspectos que pueden ser mejorados pensando en aplicaciones futuras. En este trabajo se mostró que las hipótesis de pendiente y umbral constantes pueden resultar muy conservativas.

5. Referencias bibliográficas

- Anderson, T. L., Stienstra, D., Dodds, R. H.: A Theoretical Framework for Addressing Fracture in the Ductile-Brittle Transition Region. ASTM STP 1207 (1994), 186-214.
- ASTM E 1921: Standard Test Method for Determination of Reference Temperature, T_0 , for Ferritic Steels in the Transition Range. In: Annual Book of ASTM Standards 2002, Vol. 03.01.
- Heerens J., Hellmann, D.: Development of the fracture toughness Dataset. Engineering Fracture Mechanics, 69, 421-449, 2002.
- Heerens, J., Zerbst, U. and Schwalbe, K.H.: Strategy for Characterizing Fracture Toughness in the Ductile to Brittle Transition Regime. Fatigue Fracture Eng. Mater. Struct., 16 (11), 1213-1230, 1993.
- Iwada-te, T., Tanaka, Y., Ono, S., Watanabe, J.: An Analysis of Elastic-Plastic Fracture Toughness Behavior for J_{IC} Measurement in the Transition Region. ASTM STP 803, 531-561, 1983.
- Landes, J. D., Shaffer, D. H.: Statistical Characterization of Fracture in the Transition Region. ASTM STP 700, 368-382, 1980.
- Landes, J.D., McCabe, D.E.: Effect of Section Size on Transition Behavior of Structural Steels. Scientific Paper 81-1D7-Metal-P2, Westinghouse R&D Centre, 1982.
- Landes, J.D., Zerbst, U., Heerens, J., Petrovski, B., Schwalbe, K.H.: Single-Specimen Test Analysis to Determine Lower-Bound Toughness in the Transition. ASTM STP 1207, 171-185, 1994.
- Larrainzar, C., Berejnoi, C., Perez Ipiña, J.E.: Comparison of 3P-Weibull parameters based on J_C and K_{Jc} values. Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, Vol. 34 N°6, 408-422, June 2011. doi: 10.1111/j.1460-2695.2010.01533.x.
- Larrainzar, C., Berejnoi, C., Perez Ipiña, J.E.: Validación experimental de la relación existente entre los parámetros de las distribuciones 3P-Weibull basadas en valores J_C y K_{Jc} . VI Jornadas de Ciencia y Tecnología de Facultades de Ingeniería del NOA, Jujuy, 2010.
- Larrainzar, C., C. Berejnoi, C., Perez Ipiña, J.E.: Transformaciones de valores J_c en K_{Jc} usando la función de Weibull. II Jornadas Regionales de Ciencia y Tecnología de las Facultades de Ingeniería del NOA, Catamarca, 2006
- McCabe, D. E.: A Comparison of Weibull and β IC Analyses of Transition Range Data. ASTM STP 1189, 80-94, 1993.
- Miglin, M., Oberjohn, L. and Van Der Sluys, W.: Analysis of Results from the MPC/JSPS Round Robin Testing Program in the Ductile-to-Brittle Transition Region. ASTM STP 1207, 342-354, 1994.
- Neville, D., Knott, J.: Statistical Distributions of Toughness and Fracture Stress for Homogeneous and Inhomogeneous Materials. J. Mech. Phys. Solids, 34(3), 243-291, 1986.
- Perez Ipiña, J.E., Centurion, S.M.C., Asta, E.P.: Minimum number of specimens to characterize fracture toughness in the ductile-to-brittle transition region. Engng. Fracture Mech., 47 (3), 457-463, 1994.
- Wallin, K.: Statistical Aspects of Constraint with Emphasis on Testing and Analysis of Laboratory Specimens in the Transition Region. ASTM STP 1171, 264-288, 1993.
- Wallin, K.: The Scatter in K_{IC} – Results. Engng. Fracture Mech., 19(6), 1085-1093, 1984.