

Una Experiencia Didáctica para Matemática Discreta

Luis Alberto Sosa Kasten, María del Carmen Lucotti, Daniela Bello, Santiago Ferreiros Cabrera,
Alejandra Isola, Susana Granado Peralta

*Departamento de Ingeniería en Sistemas de Información
Universidad Tecnológica Nacional, Facultad Regional Buenos Aires
Medrano 951, CABA*

*betososakasten@hotmail.com.ar, lucottimaria@yahoo.com.ar, danielalbello@gmail.com,
santiago.ferreiros@gmail.com, ail@mrecic.gov.ar, sagperalta@gmail.com*

Abstract

El diseño curricular de la especialidad Ingeniería en Sistemas de Información (ISI) en UTN.BA pone énfasis en la necesidad de favorecer una actividad de autogestión por parte del estudiante.

En virtud de brindarle al alumno herramientas que lo guíen en un aprendizaje autorregulado se propone diseñar una Ingeniería Didáctica (ID) para la asignatura Matemática Discreta (MD).

El objetivo principal radica en presentar al estudiante actividades que permitan resolver situaciones concretas, partiendo de un estado inicial de los cursantes en cuanto a las habilidades necesarias para afrontar las demandas académicas propias de la disciplina.

La totalidad de las unidades tratadas son abordadas desde el enfoque de una ID de modo que el estudiante relacione los nuevos conceptos que desea aprender a los ya existentes en su estructura cognitiva.

Para el presente trabajo la tradición elegida es el estudio de caso acompañada con métodos cuantitativos. Los mismos se implementaron, durante el último año, en un número reducido de alumnos ingresantes pertenecientes al primer nivel del plan de estudios.

Nos encontramos en las etapas preliminares, pero hasta el momento, del análisis cualitativo se observa que la propuesta permite fortalecer un aprendizaje significativo. De este modo los pensamientos, sentimientos y acciones tanto de estudiantes como de docentes se manifiestan interactuando en forma colaborativa.

Palabras Claves

Matemática Discreta. Aprendizaje. Enseñanza. Didáctica. Implementación.

Introducción

Este trabajo pretende mostrar las metodologías de enseñanza de la matemática, en el nivel universitario educacional elegido para la asignatura MD en la carrera ISI de la Universidad Nacional Tecnológica, Regional Buenos Aires. Para su desarrollo se contemplaron, entre otras cuestiones, un considerable aumento de la matrícula. Asimismo, se han observado diferencias notorias de fines, objetivos, metodologías y enfoques de enseñanza, entre la educación matemática del nivel medio y el superior. Todo sin la existencia de una transición ni correlación adecuada. Es pertinente señalar que los estudiantes tienen dificultades en la construcción de textos argumentativos, en la comprensión de los enunciados y en la lectoescritura en general.

Como señala Brousseau [2] el estudiante no hace matemática si no plantea y no resuelve problemas.

Desde este enfoque se establece como base fundamental plantear nuevas estrategias que resulten motivadoras para un aprendizaje significativo.

Se pretende que los alumnos dispongan de una mayor cantidad de herramientas, logrando que relacionen los conceptos y tengan el poder de adaptarlos a distintas situaciones problemáticas.

Por el presente trabajo se espera que lo que se enseña esté cargado de significado para el logro de una actividad interdisciplinaria.

La Elección de la Estrategia

Para Ernest [5] las escuelas que han caracterizado la naturaleza del conocimiento matemático se pueden organizar, en dos grandes grupos: prescriptiva (o normativa) y descriptiva (o naturalista).

Cabe diferenciar entonces, la “transmisión del saber “y la “construcción del mismo”.

Las decisiones didácticas que asuma cada docente condicionarán la enseñanza. Definitivamente, las

posiciones filosóficas y las teorías epistemológicas tienen su influencia en la educación matemática.

Daremos a continuación una breve explicación de ambas concepciones.

La prescriptiva considera la tradición absolutista y tiene al platonismo como corriente filosófica. El conocimiento matemático es fijo y objetivo y es la base de todo conocimiento humano.

A partir de estas teorías surgen consecuencias didácticas importantes. Las matemáticas se apoyan en fundamentos como la lógica y ascienden desde la abstracción a la generalidad.

El conocimiento matemático es independiente de la historia. Tiene validez universal.

Por su parte la concepción descriptiva o naturalista analiza el conocimiento de la matemática desde la práctica matemática y sus aspectos sociales. Aparecen las corrientes cuasi-empíricas de Lakatos [7]. Intenta ampliar las competencias de la Filosofía de las Matemáticas.

Revisa estructuras de conocimiento adquirido por el ser humano inmerso en la sociedad. Estas estructuras son el empirismo, el cuasi-empirismo, el naturalismo y el convencionalismo.

El empirismo centra su ideología en la preponderancia de la experiencia sobre cualquier otra fuente de conocimiento. Lo importante son las conjeturas, la búsqueda de contraejemplos y la posibilidad concreta de intentar demostraciones.

El cuasi-empirismo, surge de la oposición de su fundador, Lakatos [7], al Logicismo y Formalismo.

En el último cuarto del siglo XX se ha desplazado el centro de interés desde las teorías matemáticas como productos acabados.

Se pone el énfasis en diferentes aspectos que caracterizan a la disciplina.

En primer lugar, se la considera un sistema conceptual lógicamente organizado y socialmente compartido. Como segundo aspecto se señala que la matemática es un lenguaje simbólico que constituye un sistema de signos propios. Por último, se destaca que es una actividad de resolución de problemas socialmente compartida.

En la década del setenta, en Francia, se hace evidente la necesidad de relacionar tres polos, hasta ahora aislados: profesor, estudiante y saber. Comienza de este modo a asomar la didáctica como campo científico reconocido.

Se destacan entonces los trabajos de los siguientes autores:

Vergnaud [8] con la aproximación cognitiva en el área de los campos conceptuales. Chevallard [3] tratando la aproximación a través de saberes en el área de la transposición didáctica y Brousseau [2] desde la aproximación a través de situaciones.

Según Artigue (1994) estas tres aproximaciones son complementarias y de alguna manera están articuladas. De la mano de estas cuestiones nace una nueva metodología que es la Ingeniería Didáctica.

Como señala Brousseau [2] tiene su origen en la teoría de situaciones didácticas y según Chevallard [3] en la de la transposición didáctica. Se caracteriza por su visión sistémica de la didáctica de las matemáticas. Es considerada como el estudio de las interacciones entre un saber, un sistema educativo y los estudiantes. Tiene, entre sus objetivos, optimizar los modos de apropiación de este saber por el sujeto (Brousseau [2]).

Con referencia a la didáctica de la matemática aporta herramientas para dos cuestiones. Por un lado, la relación entre investigación y acción. Por otro, el papel de las realizaciones didácticas: concepción, realización, observación y análisis de las secuencias de enseñanza.

Sostiene Douady [4] que el término ingeniería didáctica designa el conjunto de las secuencias de una clase. Son pasos organizados y articulados en el tiempo de forma coherente. El docente se propone un proyecto de aprendizaje para un grupo de estudiantes. El intercambio entre los alumnos y el docente lo lleva adelante. Su evolución está condicionada por las reacciones de los alumnos en función de las decisiones y elecciones del profesor.

De esa forma la ingeniería didáctica es, al mismo tiempo, un producto (análisis a priori) y un proceso que resulta de la adaptación de la puesta en marcha de acuerdo al contexto (cada clase).

Como distingue Artigue [1] existen varias dimensiones ligadas a los procesos de construcción de ingenierías didácticas. La epistemológica, asociada a las tipologías del saber puesto en funcionamiento. La cognitiva, asociada a las particularidades cognitivas de los estudiantes. La didáctica asociada a las características del funcionamiento del sistema de enseñanza.

Desde la postura de Brousseau [2] se plantea el aprendizaje como adaptación al medio. Surgen los conceptos de situación didáctica y de contrato didáctico. Tal teoría se sustenta en una concepción constructivista - en el sentido piagetiano- del aprendizaje. Considera que el alumno aprende adaptándose a un medio. Lo caracteriza como factor de contradicciones, de dificultades y desequilibrios. Este saber, fruto de la adaptación del alumno, se exterioriza por la nueva forma de posicionarse frente a situaciones ya conocidas.

Según Galvez [6] la situación didáctica es una situación construida intencionalmente. Su fin es la apropiación de los alumnos de un saber determinado.

En todos los procesos de aprendizaje escolar es fundamental la base epistemológica que orienta la actividad docente. La enseñanza implica el desarrollo de un tipo particular de vínculo con el saber a enseñar, debe ser transformado para que cumpla su papel en el proceso didáctico y luego trabajar con él.

Se consideran, desde este enfoque, las siguientes etapas: análisis de la situación de partida, concepción y análisis de las situaciones didácticas a priori, experimentación y por último el análisis a posteriori y evaluación.

Estado de Avance

Hasta la etapa actual de la investigación se observó un alto grado de participación de los estudiantes, interesados por conocer el origen, la evolución y aplicaciones de cada uno de los temas tratados.

Durante el año 2015 se trabajó con 4 cursos, de los 34 que tiene la cátedra. No se llegó a hacer un seguimiento de los cursantes. Sólo se observó una mayor participación e interés en el abordaje de los contenidos. Esta prueba “más que piloto” nos motivó para aumentar el número de cursos involucrados en el proyecto.

En el ciclo lectivo 2016 las actividades puestas en marcha fueron las planteadas en el cronograma. Se explicó a los estudiantes la modalidad de trabajo, destacando entre las mismas las individuales y las grupales.

Se diseñó y administró una prueba de evaluación diagnóstica para establecer la capacidad en la interpretación de textos, el grado de conocimiento de las propiedades elementales de las operaciones básicas y el nivel de abstracción necesario para un razonamiento lógico preciso.

De los resultados obtenidos hasta julio de 2016 se consideran relevantes los conceptos siguientes.

Se trabajó con una muestra de 440 alumnos. Representan 21 de los 34 cursos entre ingresantes y recursantes. De ellos 299 son ingresantes. La prueba se administró a ambas categorías de estudiantes.

No se tienen en el estado actual los resultados generales de las preguntas abiertas, esto es las conclusiones finales de las interpretaciones del texto y de la gráfica.

Para los conocimientos de matemática elemental, no se observan diferencias significativas entre los ingresantes y recursantes respecto al porcentaje que contesta correctamente cada una de las preguntas.

Consideramos grave el hecho de que alumnos con dos años de permanencia en el nivel superior presenten el mismo grado de conocimiento que un ingresante. Por ejemplo, con referencial al punto (f) para determinar el valor de verdad trabajando en todos los casos con un condicional se obtiene que el 57,86% de ingresantes contesta correctamente contra el 47,52% de recursantes. Hay además un 2,34% de ingresantes que no contestan o no saben contra 4,26 % de recursantes en la misma situación. Con respecto a los ítems (g) y (h) que corresponden a propiedades de la potenciación resulta que el 100% en cada caso no responde.

Claramente estamos en una situación crítica. Se hace imprescindible trabajar de una forma distinta. Hay que lograr motivarlos para que les importe modificar la situación actual al tomar conciencia del estado de sus saberes previos.

Sin embargo, se observa, durante el desarrollo de las clases, la enorme dificultad que tienen para comprender las consignas de la guía de trabajos prácticos. Respecto de

la interpretación del gráfico no creemos que haya diferencias con los ítems anteriores.

Es pertinente señalar que se incorporaron al proyecto, de manera voluntaria, un grupo de estudiantes para trabajar sobre las respuestas obtenidas en la evaluación diagnóstica de MD.

Dado el volumen de las mismas se requirió de su colaboración para poder analizarlas y extraer conclusiones.

Se dividió el trabajo de modo que cada uno de los estudiantes tuviera la posibilidad de elaborar una conclusión respecto a cierta cantidad de respuestas para finalmente entre todos elaborar una conclusión general.

Se les planteó la tarea de la siguiente manera, como se detalla a continuación.

En la evaluación diagnóstica hay dos puntos que nos interesan: la interpretación de textos y la interpretación de gráficos

Las respuestas a la interpretación de textos se encuentran en las columnas D, E.

La respuesta a la interpretación de gráficos se encuentra en la columna U.

El objetivo es extraer de un grupo de respuestas una conclusión sobre lo que hayan respondido en la evaluación. No es necesario hablar puntualmente cada caso, sino extraer conclusiones de los casos particulares. Es importante prestar atención a la redacción, al orden, y si lo que dicen se corresponde con el texto o el gráfico.

Hay que elaborar una conclusión para el análisis de texto y otra para el análisis del gráfico.

De las 440 respuestas en el archivo Excel se dividió el trabajo por fila como se muestra en la tabla 1 de asignación de tareas. Al lado de cada fila está asociado el correo electrónico de quien debe realizar el análisis de las respuestas correspondientes a dichas filas.

Tabla 1. Asignación de tareas.

Fila	Correo electrónico
2-36	salvador@tribalwerks.com.ar
37 - 71	delfi.bibe@gmail.com
72 - 106	lucasortega79@gmail.com
107 - 141	rodrigossanz64@gmail.com
142 - 177	nicolassciuto@gmail.com
178 - 212	wandyuxxd@gmail.com
213 - 247	luciano.tedesco96@gmail.com
248 - 282	Maxiale555@gmail.com
283 - 317	martinw1calv@hotmail.com
318 - 352	nachosoler97@icloud.com
353 - 387	matidv3@gmail.com
388 - 422	juann.asd@gmail.com
423 - 441	leandroszikora@hotmail.com

Se les solicitó tener elaboradas las conclusiones dentro de los 15 días.

Las conclusiones sobre la evaluación diagnóstica realizadas por algunos de los alumnos que forman parte del proyecto de investigación se señalan en los siguientes párrafos.

Interpretación de textos:

De acuerdo a las personas que me toco, concluyo que se ve cantidades de faltas de ortografía, sin embargo, la mayoría de las respuestas están bien contestadas y comprendidas. Se encuentran muy pocos casos en no lograron con la consigna dada, no concuerdan las respuestas, es decir se entiende lo que pusieron, pero al decir dar un breve resumen se extendieron un poco más, y en otros simplemente escribieron muy poco, de aquí concluyo que no fueron exactos al dar la respuesta o no se entendieron sus ideas – *Lucas Ortega*.

Por lo general se observa una falta de interpretación, sobre todo en el ejercicio donde hay que extraer sólo las ideas principales del texto y en muchos casos se extendieron demasiado. Por otro lado, también se denota la falta de redacción en ciertos casos, ya que se utilizan, no muy a menudo, términos coloquiales tales como “las facultades de ingeniería vienen intentando”, la basta utilización de signos de puntuación para las pausas y en lugar de utilizar sinónimos optan por extenderse mucho más y llegar a la conclusión. En cuanto al orden, se mantuvo en casi todas las respuestas, siendo un punto a destacar – *Leandro Szikora*.

Yo creo que en general están bien tanto los resúmenes como las ideas principales, no tengo ningún comentario acerca de los textos – *Nicolas Sciuto*.

Llegue a la conclusión como que los alumnos no pueden distinguir muy bien la diferencia entre extraer las ideas principales de un texto y desarrollar un breve resumen. Se puede observar en las múltiples respuestas que escriben prácticamente lo mismo en las dos consignas. Por otro lado, la mayoría entendió el texto y lo pudieron razonar. Se ve que no tienen problema en el entendimiento de algo. Sino en diferenciar lo que se mencionó anteriormente. También, observé que los estudiantes no tienen grandes problemas a la hora de redactar. Ya que el mensaje transmitido es claro y se entiende – *Rodrigo Sanz*.

Interpretación de gráficos

La mayoría de las personas notaron que los más jóvenes son los más ingresantes en las carreras, en ingeniería en sistemas se encuentra un alto porcentaje de jóvenes de 18 años, en cambio en ingeniería naval se encuentran muy pocos de ellos pero se encuentran de 19 y 20 años. No hablaron mucho sobre las demás carreras sino sobre éstas que notaron mayores diferencias – *Lucas Ortega*.

Tal vez fue por poco interés al hacer el examen, pero las respuestas en casi todos los casos fueron demasiado breves, con poca descripción del gráfico y la mayoría apuntando a lo mismo, el ingreso elevado de alumnos a ingeniería en sistemas. Hubo un caso en el que no sabía que responder el alumno, por lo que opto por redactar que no entendía el ejercicio. Se utilizó mucho las aclaraciones, supongo yo por mala interpretación del ejercicio – *Leandro Szikora*.

La mayoría solamente describieron lo que veían en la columna de Ing. en Sistemas, y no comentaron nada de lo demás, y otros solamente hablaron sobre los ingresantes de 18/19 años, dejando a todos los demás afuera. Sin embargo, también hay algunos que lo describieron el gráfico completo – *Nicolas Sciuto*.

Pude observar que los alumnos entendieron el gráfico y lo explicaron correctamente. Salvo dos casos que vi que una persona respondió con un “-“y otra que no llego ni a escribir una oración. La interpretación de la mayoría de los alumnos es que la mayor cantidad de ingresantes de sistemas tienen 18 años y que Ingeniería Naval es a la que menos van, también que electrónica hay mayor cantidad de ingresantes con 19 años. Esta es la mayoría de las respuestas contestadas. No vi ningún problema con la redacción, la idea es clara – *Rodrigo Sanz*.

Discusión

Se implementará una planilla de seguimiento en los cursos de los profesores integrantes del proyecto. Esto se hará efectivo en todos los cursos o en algunos de ellos, siendo una cuestión a definir por el docente. Cada integrante del equipo hará un seguimiento de sólo 10 alumnos. La modalidad y el criterio de selección queda a criterio del profesor.

La planilla se estructura de la manera siguiente.

La primera columna es para el nombre de los estudiantes. Las columnas L designan a las actividades correspondientes a lógica. Las C: conjuntos, R: relaciones, N: teoría de números; I: inducción matemática; P: primer parcial y C: comentarios adicionales.

Se evaluará su funcionalidad y en base al grado de satisfacción se continuará con el mismo diseño o se incorporarán las modificaciones necesarias.

En relación con los temas a desarrollar se intenta identificar los obstáculos de los estudiantes para su comprensión. De esa forma podrán apropiarse del concepto y utilizarlo para resolver distintas situaciones.

Hasta ahora se trabajaron durante 2016 las unidades correspondientes a Cálculo proposicional y cálculo de predicados; Teoría de Conjuntos (conjuntos, producto cartesiano, relaciones, propiedades, relaciones de equivalencia y de orden); Teoría de números; Números naturales (Inducción). Se pusieron, hasta el momento, en marcha los tres primeros. Se finalizaron, a esta altura, las tres primeras unidades y partes de la cuarta (sólo inducción y no recurrencia).

Para identificar los obstáculos que dificultan la comprensión de los conceptos se programó un debate en cada curso y para cada unidad temática. Se los clasificó en: saberes previos insuficientes, conceptos erróneos, disciplinares (falta de motivación para con la materia), modalidad de enseñanza, modalidad de aprendizaje.

Se hará un análisis epistemológico de los contenidos contemplados en la enseñanza. Un análisis de las concepciones de los estudiantes, de las dificultades y obstáculos. También se trabajará desde el campo de la aplicación en situaciones académicas y reales de la especialidad.

En líneas generales se programó en cada caso: investigar al origen y desarrollo histórico de la teoría. Sus aplicaciones en distintas ramas. En un primer nivel básico se plantea conocer las dificultades conceptuales y aplicativas. En un segundo nivel las cuestiones relativas a su aplicación en problemas concretos.

Con referencia al primer tema (Cálculo proposicional y cálculo de predicados, durante 2016) se observaron dificultades muy importantes en la traducción al lenguaje matemático de los enunciados dados en lenguaje natural. Estos errores se corresponden con los problemas de los cursantes para interpretar un texto (en este caso una consigna). Dificultades que se potencian si las proposiciones están cuantificadas. Se observa un conflicto cognitivo importante que es consecuencia del divorcio, en cuanto a objetivos y procedimientos de enseñanza, entre los niveles medio y superior.

En el plano didáctico se trata de hacer hincapié en la identificación de similitudes y diferencias entre conceptos afines o entre procedimientos, por ejemplo al querer probar la validez o no de un razonamiento. Se pide no hacerlo usando tablas de verdad. El objetivo es que no lo hagan mecánicamente. Se solicita se explique cuál es el procedimiento a seguir con el método directo y cual con el contradictorio. Se pide además explicitar la razón por la cual es válido hacerlo de cualquiera de las dos formas. En muchos casos no identifican la hipótesis de la conclusión. Actúan cómo si su problema fuera operar.

Como fortaleza, en esta implementación, se detectó un grado de interés muy importante en la búsqueda de material referente al origen, evolución y aplicación de los temas, tanto en tecnología como en otras ramas. Se destaca que el material encontrado y editado por los cursantes es expuesto por algún representante del grupo frente al resto del curso.

Usualmente en la clase anterior al comenzar una nueva unidad (o tema nuevo dentro de la que se está tratando) se informa acerca del tema siguiente, se enumeran los mismos, se recomiendan algunos sitios web o textos donde pueden encontrar material. Al comenzar la clase se hace una puesta en común sobre el trabajo. El material es relevado por el docente y disponible en la plataforma del campus virtual de MD.

Conclusión

Se destaca que, desde el año 2000 se ha venido trabajando en la cátedra de Matemática Discreta de UTN BA en estrategias de enseñanza para mejorar el aprendizaje de nuestros cursantes. Es este un nuevo intento. No sabemos

si mejorará el rendimiento. Creemos que el divorcio matemática nivel medio - matemática universidad, impacta negativamente en poder alcanzar ese objetivo. Muchas veces nos hemos planteado si las estrategias de enseñanza realmente impactan en el aprendizaje.

En esta experiencia de propuesta didáctica se observa una mayor participación e interés de los estudiantes en cuanto a resolución de la tarea. Se favorece el aprendizaje colaborativo y la motivación del cursante. Conocer el estado actual de las competencias en matemática elemental, la capacidad para interpretar textos y/o gráficas, es un paso importante para generar actividades remediales complementarias que, de alguna forma, disminuyan la brecha entre los saberes previos y los conceptos nuevos que el estudiante debe aprender.

Referencias

- [1] Artigue, M., Douady, R., Moreno, L., Gomez, P. (Editor). (1995/1998). *Ingeniería didáctica en educación matemática Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*. Colombia: Una empresa docente.
- [2] Brousseau, G. (1976-1983). *Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques*. En Wanhamme W., Wanhamme J. (editores) (1976). [Republicado en *Recherches en didactique des mathématiques*. 1983].
- [3] Chevallard, Y. (1998). *Del saber sabio al saber enseñado*. Argentina: Aique.
- [4] Douady, R. (1996). *Ingeniería Didáctica y evolución de la relación con el saber en las matemáticas de collège-seconde*. Barbin, E., Douady, R. (Eds). *Enseñanza de las matemáticas: Relación entre saberes, programas y prácticas*. Topiques éditions. Francia: I.R.E.M.
- [5] Ernest P. (1991) *Philosophy of mathematics education*. London: Falmer Press.
- [6] Galvez, G., Parra, C. y Saiz, I. (Comps). (1994). *Didáctica de matemáticas. Aportes y reflexiones*. Buenos Aires: Paidós.
- [7] Lakatos, I. (1981). *Matemáticas, ciencia y epistemología*. Madrid: Alianza
- [8] Vergnaud, G. (1990). *La théorie des champs conceptuels*. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 10 (23): 133-170.